

УДК 523.64

ПОВЫШЕНИЕ ТОЧНОСТИ ЧИСЛЕННОГО ИНТЕГРИРОВАНИЯ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ АСТЕРОИДОВ ПРИ УЧЕТЕ ВОЗМУЩЕНИЙ ОТ БОЛЬШИХ ПЛАНЕТ И ЛУНЫ ИЗ ЭФЕМЕРИД DE

© 2018 г. А. П. Батури

НИИ прикладной математики и механики при ТГУ, Томск, Россия

e-mail: alexbaturin@sibmail.com

Поступила в редакцию 03.05.2017 г.

Продемонстрировано скачкообразное поведение координат планет и Луны, а также их производных, получаемых из их современных эфемерид, на границах смежных интервалов интерполирования. Демонстрация выполнена на примере эфемерид DE436. С помощью численного интегрирования уравнений движения двух астероидов показано, что в случае согласования шага численного интегрирования с границами эфемеридных интервалов интерполирования точность интегрирования повышается на несколько порядков. Кроме того, с целью устранения скачков самих координат и их первых производных, возникающих при расчетах с расширенной и четверной точностью, разработан и применен алгоритм сглаживания эфемерид на границах интервалов интерполирования, позволяющий устранять скачки координат и их производных до любого заданного порядка. Показано, что при расчетах с четверной точностью применение эфемерид, сглаженных до первых производных, позволяет повысить точность численного интегрирования примерно на 10 порядков.

Ключевые слова: астероиды, численное интегрирование, DE436, скачки координат и производных, четверная точность

DOI: 10.1134/S0320930X18040011

Данное сообщение представляет исследования (Батури, 2012; 2014; Батури, Вотчель, 2014), связанные с решением проблемы повышения точности численного интегрирования уравнений движения астероидов при учете возмущений от больших планет и Луны с помощью эфемерид, выпускаемых Лабораторией реактивного движения (JPL) США (<ftp://ssd.jpl.nasa.gov/pub/eph/planets>).

Известно, что в современных эфемеридах больших планет и Луны на границах смежных интервалов интерполирования сохраняется непрерывность координат и их первых производных, а производные второго и более высокого порядка терпят разрывы. Кроме того, во всех выпущенных к настоящему моменту времени эфемеридах коэффициенты при полиномах Чебышева приведены лишь с 16-ю десятичными знаками (так называемые числа двойной точности). Однако в последнее время все чаще применяются расчеты с расширенной точностью (Черницов, Батури, 2001; Сюсина и др., 2012; Батури, 2016; Черницов и др., 2016), при которых интерполируемые координаты и их первые производные уже не являются непрерывными, а имеют скачки на границах эфемеридных интервалов примерно в 15–16-м десятичном знаке.

Указанные скачки неизбежно проявляются в поведении правых частей дифференциальных уравнений, описывающих движение астероидов, поскольку правые части непрерывным образом зависят от координат возмущающих тел. Поэтому они также на границах эфемеридных интервалов имеют скачки, а именно: при расчетах с двойной точностью – скачки производных второго и более высоких порядков; при расчетах с расширенной точностью – скачки самих правых частей и их первых, вторых и т.д. производных. Такое поведение правых частей приводит к снижению точности численного интегрирования уравнений движения в обоих случаях, так как все методы численного интегрирования, как правило, предполагают непрерывность функций правых частей и их гладкость до сколь угодно высокого порядка.

В настоящем сообщении применяются два способа (Батури, 2012; 2014; Батури, Вотчель, 2014) устранения влияния указанных скачков на точность численного интегрирования уравнений движения. Первый способ (способ “сглаживания” эфемерид) заключается в исправлении коэффициентов при полиномах Чебышева таким образом, чтобы при расчетах с расширенной или четверной точностью на границах смежных интервалов интерполирования сохранялась непре-

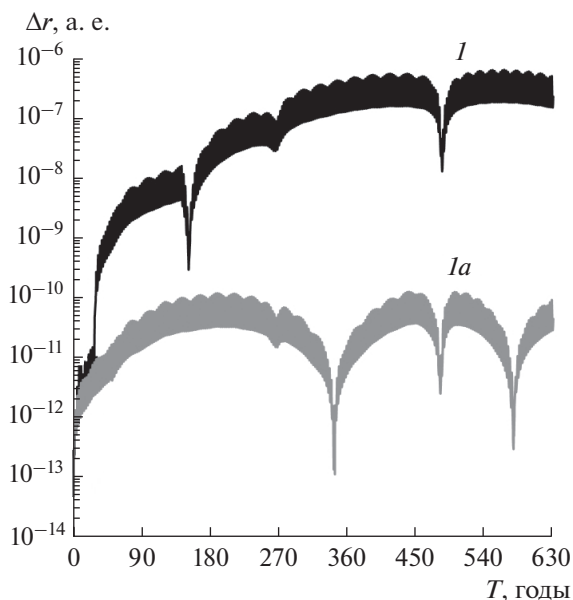


Рис. 1. Результаты сравнения прямого и обратного интегрирования на 64-битовой разрядной сетке для астероида 2017 FN128.

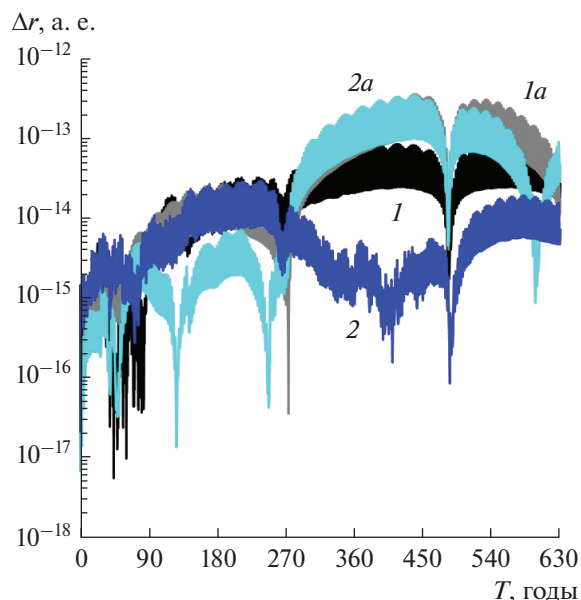


Рис. 2. Результаты сравнения прямого и обратного интегрирования на 80-битовой разрядной сетке для астероида 2017 FN128.

рывность координат, получаемых из эфемерид, и их производных до какого-либо заданного порядка. Второй способ заключается в согласовании шага интегрирования с границами интервалов интерполирования и позволяет избавиться от влияния на точность численного интегрирования разрывов производных от интерполируемых координат второго и более высокого порядка.

С целью демонстрации возможного повышения точности численного интегрирования уравнений движения было выполнено прямое и обратное интегрирование движения двух астероидов, имеющих ряд тесных сближений с планетами: 2017 FN128 ($a = 1.84$ а. е., $e = 0.55$, $i = 61.1^\circ$) и 2017 FO63 ($a = 2.37$ а. е., $e = 0.84$, $i = 2.1^\circ$). Подчеркнем, что это не реальное прогнозирование движения астероидов, а лишь модельные примеры для иллюстрации предложенных способов повышения точности численного интегрирования.

В модельных примерах при интегрировании учитывались возмущения от девяти планет и Луны с использованием эфемерид DE436 в их исходном и сглаженном вариантах. Вычисления выполнялись на трех разрядных сетках: 64-битовой (обычная двойная точность, 16 десятичных знаков), 80-битовой (расширенная точность, 19 десятичных знаков) и 128-битовой (четверная точность, 34 десятичных знака). Для численного интегрирования применялся метод Эверхарта (Everhart, 1985), причем порядок метода задавался в зависимости от используемой разрядной сетки 15, 19 и 31. Интегрирование выполнялось на интервал времени от начальной эпохи элементов ор-

биты (март–апрель 2017 г.) и до конца периода, охватываемого эфемеридами DE436 (январь 2650 г.). Выдача координат производилась путем выхода из интегратора через каждые 100 сут. Далее выполнялось сравнение координат, выданных при прямом и обратном интегрировании на одни и те же моменты времени, путем вычисления модуля их разности Δr .

На рис. 1 приведены графики Δr , полученные в результате прямого и обратного интегрирования движения астероида 2017 FN128 на 64-битовой разрядной сетке.

Кривая 1 на рис. 1 и последующих рисунках означает использование исходных эфемерид DE436, а добавление буквы “a” означает применение корректировки шага интегрирования в соответствии с границами эфемеридных интервалов интерполирования. Как видно из рис. 1, в данном случае применение указанной корректировки позволяет значительно (на 3–4 порядка) повысить точность численного интегрирования уравнений движения.

На рис. 2 приведены результаты аналогичного сравнения при расчетах на 80-битовой разрядной сетке. Рис. 2 содержит новое обозначение: кривая 2 здесь и на последующих рисунках означает использование сглаженных эфемерид DE436.

Как видно из рис. 2, использование 80-битовой разрядной сетки позволяет значительно повысить точность интегрирования по сравнению с использованием 64-битовой сетки (рис. 1), однако применение корректировки шага, а также

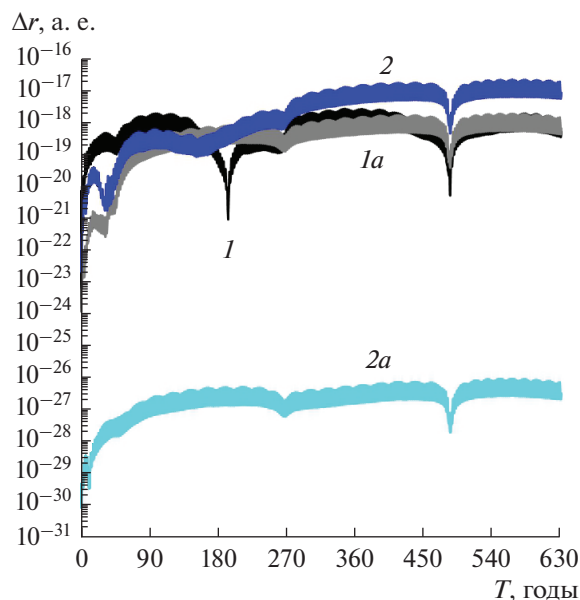


Рис. 3. Результаты сравнения прямого и обратного интегрирования на 128-битовой разрядной сетке для астероида 2017 FN128.

сглаженных эфемерид, практически не приводит к повышению этой точности.

На рис. 3 приведены результаты расчетов на 128-битовой сетке.

Как видно из рис. 3, использование 128-битовой разрядной сетки позволяет значительно повысить точность численного интегрирования по сравнению с использованием 64- и 80-битовых сеток (рис. 1 и 2). Однако применение корректировки шага при использовании исходных эфемерид практически не изменяет этой точности (кривые 1 и 1a расположены почти одинаково). Использование сглаженных эфемерид (кривая 2) также не приводит к повышению этой точности. И только использование сглаженных эфемерид совместно с корректировкой шага (кривая 2a) повышает точность численного интегрирования приблизительно на 10 порядков.

На рис. 4–6 приведены результаты аналогичных расчетов для астероида 2017 FO63.

Как видно из рис. 4–6, результаты, полученные для астероида 2017 FO63, качественно повторяют результаты, полученные для астероида 2017 FN128 (рис. 1–3), однако имеют и некоторые количественные отличия. Так, падение точности численного интегрирования для астероида 2017 FO63 в целом заметно больше, чем для астероида 2017 FN128, что, по-видимому, вызвано значительно большим эксцентриситетом орбиты. Введение корректировки шага при интегрировании на 64-битовой сетке (рис. 4) повышает точность интегрирования лишь приблизительно на поря-

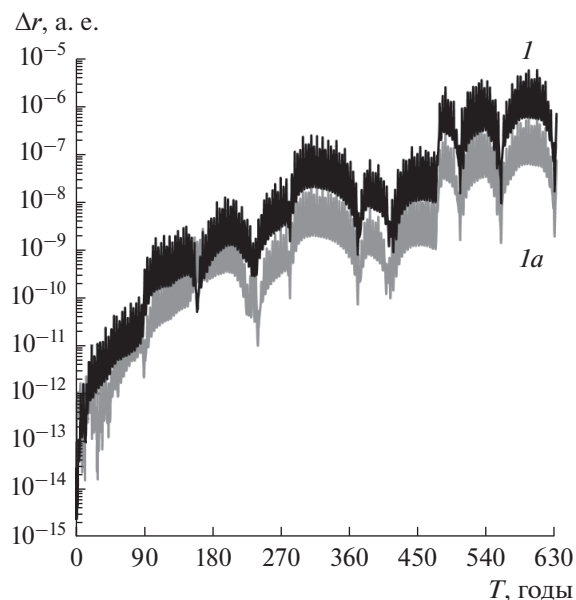


Рис. 4. Результаты сравнения прямого и обратного интегрирования на 64-битовой разрядной сетке для астероида 2017 FO63.

док. Использование же 80-битовой разрядной сетки (рис. 5) приводит к тому, что результаты, полученные как со сглаженными эфемеридами, так и с исходными, а также как с корректировкой шага, так и без нее, практически не отличаются друг от друга, хотя в целом они примерно на три порядка точнее, чем при использовании 64-бито-

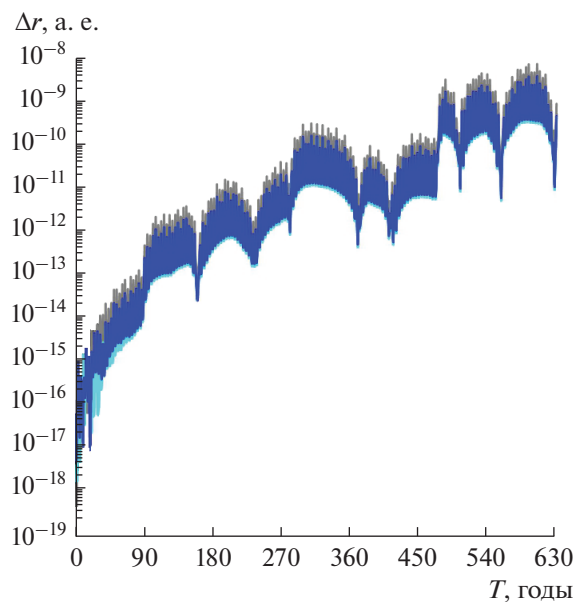


Рис. 5. Результаты сравнения прямого и обратного интегрирования на 80-битовой разрядной сетке для астероида 2017 FO63.

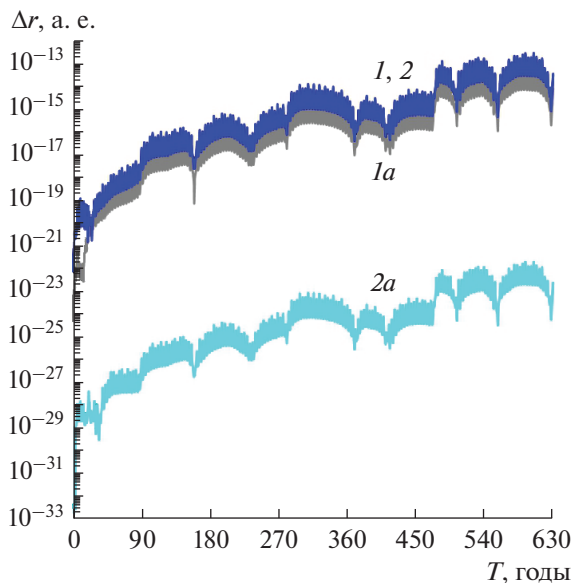


Рис. 6. Результаты сравнения прямого и обратного интегрирования на 128-битовой разрядной сетке для астероида 2017 FO63.

вой сетки (рис. 4). Наконец, при расчетах с четверной точностью (рис. 6) использование сглаженных эфемерид и корректировки шага по отдельности, как и для объекта 2017 FN128 (рис. 3), не приводит к заметному повышению точности численного интегрирования. И только их совместное применение (кривая 2a) приводит к ее повышению примерно на 10 порядков.

Проведенное исследование позволяет заключить, что при численном интегрировании уравнений движения астероидов с использованием при учете возмущений каких-либо эфемерид больших планет и Луны шаг численного интегрирования должен быть согласован с границами эфемеридных интервалов интерполирования. Особенно это касается случая, когда расчеты выполняются с традиционной двойной точностью — как было показано выше (рис. 1, 4), точность интегрирования с использованием соответствующей корректировки шага может быть повышена на несколько порядков.

При расчетах с расширенной точностью (80-битовая разрядная сетка) применение корректировки шага, а также сглаженных эфемерид, не приводит (рис. 2, 5) к заметному повышению точности численного интегрирования. По-видимому, объясняется это тем, что повышение все-таки происходит, но примерно на ту же величину (около трех порядков), что и повышение за счет замены разрядной сетки с 64-битовой на 80-битовую. В итоге повышение точности за счет сглаживания эфемерид и введения корректировки шага “теряется” на фоне повышения точности за счет расширения разрядной сетки и само по себе не видно.

В случае расчетов с четверной точностью, все более часто применяемых в небесной механике, помимо корректировки шага следует использовать эфемериды, в которых сохраняется непрерывность координат объектов и их первых производных с указанной точностью на границах смежных интервалов интерполирования. Использование таких эфемерид совместно с корректировкой шага позволяет интегрировать уравнения движения с максимально возможной точностью, обеспечиваемой 128-битовой разрядной сеткой. Как видно из рис. 3 и 6, эта точность примерно на 10 порядков выше, чем точность интегрирования при использовании исходных эфемерид. Очевидно, что для этого эфемериды сами по себе должны быть 128-битовыми, т.е. содержать коэффициенты четверной точности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Батурин А.П. Повышение точности прогнозирования движения космических объектов путем устранения влияния разрывов производных от координат возмущающих тел // Изв. вузов. Физика. 2012. Т. 55. № 10/2. С. 82–88.
- Батурин А.П. Влияние способов построения эфемерид больших планет и Луны на точность прогнозирования движения астероидов // Изв. вузов. Физика. 2014. Т. 57. № 9. С. 72–79.
- Батурин А.П., Вотчель И.А. Прогнозирование движения астероидов с использованием при учете возмущений различных планетных эфемерид // Изв. вузов. Физика. 2014. Т. 57. № 10/2. С. 17–24.
- Батурин А.П. Выявление столкновительных орбит астероидов с помощью представления начальной доверительной области в виде последовательности эллипсоидальных гиперповерхностей // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 10. С. 145–150.
- Сюсина О.М., Черницов А.М., Тамаров В.А. Построение доверительных областей в задаче вероятностного исследования движения малых тел Солнечной системы // Астрон. вестн. 2012. Т. 46. № 3. С. 209–222. (Syusina O.M., Chernitsov A.M., Tamarov V.A. Construction of confidence regions in problem on probabilistic study into motion of minor bodies of the Solar system // Sol. Syst. Res. 2012. V. 46. № 3. P. 195–207.)
- Черницов А.М., Батурин А.П. Новая улучшенная система элементов орбиты кометы 35P/Herschel-Rigollet // Астрон. вестн. 2001. Т. 35. № 4. С. 357–368. (Chernitsov A.M., Baturin A.P. A new improved system of orbital elements for comet 35P/Herschel-Rigollet // Sol. Syst. Res. 2001. V. 35. № 4. P. 327–338.)
- Черницов А.М., Тамаров В.А., Баранников Е.А. Оценивание вероятности столкновения астероида с Землей методом Монте-Карло // Изв. вузов. Физика. 2016. Т. 59. № 5. С. 84–91.
- Everhart E. An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings // Dynamics of comets: their origin and evolution // Proc. 83rd IAU Colloq. Rome, 11–15 June 1984 / Eds Carusi A., Valsecchi G.B. Dordrecht: D. Reidel Publ. Co., 1985. P. 185–202.